1

الفصل الأول

جمال وقوة الرياضيات

The Beauty and Power of Mathematics

تمهيد:

يتجلى انسجام العالم في الشكل وفي العدد وفي القلب والروح، وكل أشعار الفلسفة الطبيعية تتجسد في مفهوم الجمال الرياضي.

والرياضيات هي لغة عالمية من الأعداد التي تنطق بكل الثقافات، وهي هدف التعادل. والرياضيات أنماط جميلة في الطبيعة والفنّ، وهي بهجة التناسب في الهندسة المعمارية. إنّ شكل الشعر رياضيات، والموسيقى هي شكل من أشكال الرياضيات. إن الرياضيات النهج الـ. منظم، وهي العشوائية، وهي الفوضى. و الرياضيات هي العلاقات. وهي تجلب البهجة في الاكتشاف والرضا في الإجادة. والرياضيات هي الاستكشاف، وهي الحدس، وهي الإستراتيجية.

والرياضيات هي علم الأنماط والعلاقات. وهي لغة ومنطق عالمنا التقني. والقوّة أو المقدرة الرياضية *Mathematical power* هي القدرة على الاستكشاف، والحدس، والتفكير المنطقي، واستخدام تشكيلة من الطرق الرياضية عمليا وبفاعلية لحلّ المشكلات.

وللرياضيات قيمة ذاتية، إنها تشير إلى تقديرنا وتبجيلنا للرياضيات لقيمتها الخاصة لنا. وعندما يرتقي المتعلّمين خلال الكدح المعرفي من أجل اكتساب المعرفة الرياضية، تظهر القيمة الجمالية للرياضيات.

وسواء ركّبنا أو فككّنا أو حسبنا أو أنشأنا، فإن الرياضيات جزء ثابت ومهم من حياتنا اليومية. إنّ الهدف النهائي للرياضيات لكلّ طالب يُكمن في تنمية القوّة أو المقدرة الرياضية للمشاركة الكاملة كمواطن وعامل في عالمنا المعاصر.

أي فرد قوي رياضيا يجب أن يكون قادرا على:

- التفكير رياضيا؛
- التواصل رياضيا؛
- حلّ المشكلة باستخدام الرياضيات؛
- بناء ترابطات ضمن الرياضيات وبين الرياضيات والمجالات الأخرى.

ويفترض إطار. منهج الرياضيات أن كل الطلاب يحققون المقدرة الرياضية عن طريق حل المشكلة، والتواصل، والتفكير، والترابطات الرياضية. هذه الرؤية للمقدرة الرياضية تثبت المبادئ الأساسية المشتركة في التعلم. هذا الإطار يبيّن كهدف أن كلّ الطلاب يصبحون حلالي مشكلات على نحو فاعل، ويبرعون في الحساب في الصفوف الأولّية المبكّرة، ويتقنون المفاهيم الجبرية الأساسية عند نهاية الصف الثالث الإعدادي على نحو تام.

"تتضمن المقدرة الرياضية القدرة على الاستكشاف والتخمين، والتفكير الاستدلالي المنطقي؛ وحل المشكلات غير الروتينية. والتواصل حول وخلال الرياضيات. وربط الأفكار داخل الرياضيات وبين الرياضيات وغيرها من النشاطات العقلية. وتنطوي المقدرة الرياضية أيضا على تنمية الشخصية والثقة بالنفس والاستعداد للسعي (الميل نحو المقصد)، وتقويم واستخدام المعلومات الكمية والمكانية في حل المشكلات واتخاذ القرارات. إن مرونة ومثابرة واهتمام وفضول وإبداع الطلاب، يؤثر أيضا على تحقيق المقدرة الرياضية لديهم[1]".

وحل المشكلة هو محور تعليم الرياضيات. حينما نطبق معرفتنا ومهاراتنا وخبراتنا الرياضية نحو حل مُعضلة أو موقف جديد أو موقف غامض أو مُحيّر، فإننا نحل المشكلة. وسواء قمنا بالجمع أو بالطرح لإيجاد ناتج ما أو استخدمنا المنطق النسبي (التفكير التناسبي) لبناء نموذج ما، أو حسبنا المسافة لاختيار أفضل طريق إلى المنزل أو استكشاف الأنماط في الموسيقى لتصميم رقصة، فإننا ننغمس في حل المشكلة الرياضية. ولكي يصبح الطلاب حلالي مشكلة ماهرين، فإنهم يحتاجون للعديد من الفرص للإبداع، ولحل المشكلات في سياقات رياضية وحياتية. وهم يحتاجون أيضا إلى تطوير وبناء حس عددي قوي. وتطوير واختبار وتقويم الحلول الممكنة. ويتضمن هذا صياغة وطرح الأسئلة ونمذجة مواقف المشكلات بطرق مختلفة والأخذ بعين الاعتبار مختلف الإستراتيجيات وإيجاد الحلول المناسبة لها.

وتُعني حل المشكلة بتنمية معرفة الطلاب الرياضية فضلا عن كونها الناتج الأكثر أهمية لتعلم الرياضيات، فهي مركبة ضرورية للمنهج. والمشكلة الرياضية في تميزها عن التمرين تتطلب ممن يقوم بالحل أن يبحث عن طريقة لحل المشكلة بدلا من تتبع مجموعة من الإجراءات. لذلك فإن حل المشكلة الرياضية يتطلب فهم المفاهيم ذات العلاقة والإجراءات والإستراتيجيات. ولكي يصبح الطلاب قادرون على حل المشكلة، فإنهم يحتاجون لفرص لصياغة أسئلة، ونمذجة موقف المشكلة بطرق مختلفة، وتعميم العلاقات الرياضية، وحل مشكلات في سياقات رياضية وحياتية.

ويعكس التواصل الرياضي فهم الرياضيات ويُعانق المقدرة الرياضية. ويقترح الأساس المشترك للتعلم أن جميع الطلاب يجب أن يُبرروا ويُبلّغوا حلول المشكلات. فالطلاء يتعلمون الرياضيات بينما يتحدثون ويكتبون ما يفعلون. صبحون مشاركين نُشطاء في عمل

1-National Council of Teachers of Mathematics

الرياضيات عندما يُطلب منهم التفكير في أفكارهم، أو التحدث مع، والاستماع إلى، الطلاب الآخرين، ويتبادلون الأفكار والاستراتيجيات والحلول. الكتابة عن الرياضيات تُشجّع الطلاب على التفكير التأملي في عملهم وتوضيح الأفكار لأنفسهم. إن قراءة ما كتبه الطلاب تُعد طريقة ممتازة للمعلمين لتحديد فهم الطلاب وأفكارهم الخاطئة.

وتُعد القدرة على التعبير عن الأفكار الرياضية بشكل متماسك إلى كافة المستمعين مهارة مهمة في المجتمع التقني. ويُنمي الطلاب تلك المهارة ويعمقون فهمهم للرياضيات عندما يستخدمون لغة رياضية صحيحة ودقيقة للتحدث والكتابة عما قاموا بأدائه وفي وصفهم لما قاموا بعمله شفويا وكتابيا. وهم يوضحون أفكارهم الرياضية في مناقشتهم مع أقرانهم، ويتأملون إستراتيجياتهم التفكيرية وحلولهم. ومن خلال التحدث والكتابة عن الرياضيات، يتعلم الطلاب كيف يكونون الحجج المُقنعة، وتمثيل الأفكار الرياضية بالألفاظ والصور والرموز.

التفكير والتفكير الرياضي أمر ضروري إذا أردنا أن نعرف ونعمل الرياضيات. القدرة على التفكير تُمكّن الطلاب من حل المشكلات في حياتهم، داخل وخارج المدرسة. وكلما استخدمنا مهارات التفكير لإثبات تفكيرنا فإننا نُعزز ثقتنا بالرياضيات وبالتفكير الرياضي. والرياضيات كمجال للدراسة تتميز بأنواع معينة من التفكير مثلما تتميز بأنواع معينة من المحتوى. وينص . الأساس المشترك للتعلم على أن جميع الطلاب يجب أن يتوصلوا لاستدلالات معقولة ويبنون حجج منطقية. وتوحي مهارات التفكير. هذه بالقدرة على تمييز واستخدام الاستقراء والاستدلال، فضلا عن تطوير وتطبيق هذه المهارات في سياقات عددية ومكانية.

في المراحل التعليمية المبكرة، ينمي الطلاب مهاراتهم التفكيرية بتكوين تخميناتهم الرياضية واختبار مدى معقوليتها، والتوصل إلى نتائج منطقية، والتحقق من تفكيرهم بطرق تنموية مناسبة. وفي نموهم من صف إلى صف، تنضج حجج الطلاب أكثر، ويصبحون قادرين على بناء البراهين الشكلية. وهم عندما يقومون بذلك، فإنهم يتعلمون مستلزمات التفكير الرياضي.

والترابطات أرضية الرياضيات في الحياة اليومية وتوفر الوصلات العصبية من خلال ربطنا للموضوعات الرياضية ببعضها البعض. يجب أن يفهم الطلاب كيف تترابط الرياضيات بالمجالات الأخرى، مثل الفنون والدراسات الاجتماعية والصحة والعلوم والتكنولوجيا واللغات العالمية، وفنون اللغة. " ينص الأساس المشترك للتعلم على أن جميع الطلاب يجب أن يفهموا مفاهيم مثل الموقع والمكان. هذا المثال يثبت أحد العلاقات القائمة

بين حقول الدراسة الموجودة بين الجغرافيا والرياضيات. ويكمُن تقدّير الطلاب للرياضيات في كونها شكل من أشكال التعلم عن العالم، وبأنّها مرتبطة، وليست معزولة، عن طرق التعلّم الأخرى. وتُحّسن قوى ومصالح الأفراد مجالات الدراسة التي يشعرون فيها براحة أقل. على سبيل المثال، الطالب المتمكن رياضيا قد يبدأ التفكير بنفسه باعتباره طالب فنون موهوب عندما يستكشف الرسم من خلال دراسة المنظور في دروس الرياضيات. دراسة تاريخ أمته والذي يمكن أن يكسبه رؤية جديدة تُضاف إلى إمكانيته عندما يحلل البيانات من خلال استبيان عن تراث الأسرة (التواريخ العائلية).

والرياضيات ليست مجموعة من المجالات أو الموضوعات المنفصلة، لكنها مجال دراسي متكامل. والطلاب يطورون منظورهم الرياضي ككل متكامل من خلال فهم الترابطات داخل وخارج مجال الرياضيات. ومن الضروري للمعلمين أن يثبتوا العلاقة بين الموضوعات بتشجيع الطلاب على استكشاف الترابطات الموجودة داخل مجالات الرياضيات، وبين الرياضيات والمجالات الدراسية الأخرى، وبين الرياضيات وخبرات وتجارب الطلاب.

وتتضمن الرياضيات استخدام أنواع من التمثيلات المختلفة للموضوعات والأعمال الرياضية شاملة الأعداد والأشكال والعمليات والعلاقات. هذه التمثيلات يمكن أن تكون رموزا عددية أو أشكالا توضيحية أو تعبيرات جبرية أو رسوما بيانية أو مصفوفات والتي تشكل طريقة لحل نظام من المعادلات. يجب أن يتعلم الطلاب استخدام ذخيرة من التمثيلات الرياضية، وهم عندما يستطيعون ذلك فإنهم يمتلكون مجموعة من الأدوات التي توسع قدرتهم بشكل كبير على التفكير على نحو رياضي.

الطرق المختلفة والملائمة لإثبات المقدرة الرياضية:

يمكن تصوّر المقدّرة الرياضية في كونها تشمل القدرات الرياضية (الفهم المفاهيمي، والمعرفة الإجرائية، وحلّ المشكلة) ضمن سياق أوسع للتفكّير ومع الترابطات عبر مجال واسع للمحتوى والتفكير الرياضي. وينظر للتواصل كخيط توحيدي وكطريقة للطلاب يجهزون بها ردودا ذات مغزى للمهام[1].

والإستراتيجيات التالية تزود الطلاب بالطرق المختلفة والملائمة لعرض قوّتهم الرياضية، من معايير تقويم *NCTM* للرياضيات المدرسية، والمجلس القومي لبحوث القياس(*1993*)[2]:

1 Mathematics Framework for the 1996 National Assessment of Educational Progress, U.S. Department of Education.

2 the National Research Council's Measuring What Counts) *1993*(